Temas Presentes en la siguiente guía:

GUIA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

2da PARTE.

Con más de 250 ejercicios.

(1) Algunos Tipos de Sustituciones.
(2) Reducción de Ordenes
(3) Sistema de Ecuaciones Diferenciales.
(4) A coeficientes constantes….
    (5.1) Homogéneos.
    (5.2) No Homogéneos.
(5) Ecuaciones diferencial de orden "n" Homogéneas.
(6) Método de Variación de Parámetros.
(7) Método del Anulador.
(8) Método de Coeficientes Indeterminados.
(9) Ecuación de Euler.

GUIA DE ECUACIONES DIFERENCIALES.

SEGUNDA PARTE.

DIFERENTE TIPO DE CAMBIO DE VARIABLE[1].

1.- Realice el cambio de variable $z = y/x^n$ con la n indicada.

i.- $\frac{dy}{dx} = \frac{1-xy^2}{2x^2y}$ $\quad n = -\frac{1}{2}$ $\qquad$ ii.- $\frac{dy}{dx} = \frac{2+3xy^2}{4x^2y}$ $\quad n = \frac{3}{4}$

iii.- $\frac{dy}{dx} = \frac{y-xy^2}{x+x^2y}$ $\quad n = -1$

2.- Pruebe que $y' + P(x)y = Q(x).y.\log(y)$ puede resolverse mediante el cambio de variable $z = \log(y)$ y aplique esto para resolver.

$$xy' = 2x^2y + y\log(y)$$

SOLUCIONES FUNDAMENTALES DE ECUACIONES HOMOGENEAS[2].

3.- En las siguientes ecuaciones determine.

(a) Verificar que las funciones y_1, y_2 son soluciones LI de la ecuación dada.

(b) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial dada.

(c) Encuentre la solución que satisfaga las condiciones iníciales.

i.- $y'' - 5y' + 6y = 0 \quad y_1 = e^{2x} \quad y_2 = e^{3x} \quad y(0) = -1 \quad y'(0) = -4$

ii.- $y'' - 2y' + 5y = 0 \quad y_1 = e^x\cos(2x) \; y_2 = e^x\sin(2x) \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 0$

iii.- $x^2y'' - 2y = 0 \quad y_1 = x^2 \quad y_2 = x^{-1} \quad y(1) = -2 \quad y'(1) = -7$

iv.- $y'' + y' - 2y = 0 \quad y_1 = e^x \quad y_2 = e^{-2x} \quad y(0) = 8 \quad e \quad y'(0) = 2$

v.- $y'' + y' - 2y = 0 \quad y_1 = e^x \quad y_2 = e^{-2x} \quad y(1) = 0 \quad e \quad y'(1) = 0$

vi.- $y'' + 5y' + 6y = 0 \quad y_1 = e^{-2x} \quad y_2 = e^{-3x} \quad y(0) = 1 \quad e \quad y'(0) = 1$

[1] Este ejercicio muestra que puede haber varios tipos de cambio de variable o sustituciones, pero el curso solo se adapta a las enseñadas en clases.

[2] Trate los siguientes ejercicios como ecuaciones lineales de orden "n". Acuérdese de Wronskiano el cual permite saber si dos soluciones son LI.

vii.- $y'' + y' = 0 \quad y_1 = 1 \quad y_2 = e^{-x} \quad y(2) = 0 \quad y'(2) = e^{-2}$

4.- Considere la ecuación diferencial

$$y'' + 5y' - 6y = 0$$

(a) Demuestre que $S_1 = \{e^x; e^x - 6e^{-6x}\}$ es un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación.

(b) Demuestre que $S_2 = \{e^x; 3e^x + e^{-6x}\}$ es otro conjunto fundamental de soluciones de la ecuación.

(c) [3]Verifique que $\varphi_{(x)} = e^{-6x}$ es solución de la ecuación; exprese luego $\varphi_{(x)}$ como combinación lineal de funciones pertenecientes a S_1. Análogamente hágalo con S_2.

COMO OBTENER UNA SEGUNDA SOLUCION CONOCIDA UNA.

5.- Demuestre que la segunda solución se obtiene mediante la siguiente igualdad $y_2(x) = f(x)y_1(x)$ donde $y_1(x)$ es la solución conocida de la ecuación diferencial.

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$$

6.- La ecuación.

$$xy''' + (1 - x)y'' + xy' - y = 0$$

Tiene a $f(x) = x$ como solución. Use la sustitución $y(x) = v(x)f(x)$ para reducir esta ecuación de tercer orden a una ecuación lineal homogénea de segundo orden en la variable $w = v'$.

7.- En los siguientes problemas se da una ecuación diferencial y una solución NO trivial. Determine una segunda solución linealmente independiente.

i.-$y'' - 3y' + 2y = 0 \quad f(x) = e^x$

ii.- $y'' + 2y' - 15y = 0 \quad f(x) = e^{3x}$

iii.- $x^2y'' + 6xy' + 6y = 0 \quad x > 0 \quad f(x) = x^{-2}$

iv.- $x^2y'' - 2xy' - 4y = 0 \quad x > 0 \quad f(x) = x^{-1}$

v.- $xy'' - (x + 1)y' + y = 0 \quad x > 0 \quad f(x) = e^x$

vi.- $xy'' + (1 - 2x)y' + (x - 1)y = 0 \quad x > 0 \quad f(x) = e^x$

[3] Describa la solución general como combinación lineal cuyo resultado es e^{-6x}

10.- Determine la solución de los sistemas que se presentan a continuación, algunos son homogéneos otros son no homogéneos. La prima (‘) indica derivada respecto a t.

$$i.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=3y\\ \dfrac{dy}{dt}=2x-y\end{cases}\qquad ii.-\begin{cases}x'=x-y\\ y'=y-4x\end{cases}$$

$$iii.-\begin{cases}x'+y'-x=5\\ x'+y'+y=1\end{cases}\qquad iv.-\begin{cases}(D+I)(x)-(D+I)(y)=e^t\\ (D-I)(x)+(2D+I)(y)=5\end{cases}$$

$$v.-\begin{cases}x'+y'+2x=0\\ x'+y'-x-y=\sin(t)\end{cases}\qquad vi.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}+y=t^2\\ -x+\dfrac{dy}{dt}=1\end{cases}$$

$$vii.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=5x+2y+5t\\ \dfrac{dy}{dt}=3x+4y+17t\end{cases}\qquad viii.-\begin{cases}x'=3x+y-z\\ y'=x+2y-z\\ z'=3x+3y-z\end{cases}$$

$$ix.-\begin{cases}x'=y+z\\ y'=x+z\\ z'=x+y\end{cases}\qquad x.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=-3x+4y\\ \dfrac{dy}{dt}=-2x+3y\end{cases}$$

$$xi.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=4x-2y\\ \dfrac{dy}{dt}=5x+2y\end{cases}\qquad xii.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=x-2y\\ \dfrac{dy}{dt}=4x+5y\end{cases}\qquad xiii.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=5x+4y\\ \dfrac{dy}{dt}=-x+y\end{cases}$$

$$xiv.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=4x-3y\\ \dfrac{dy}{dt}=8x-6y\end{cases}\qquad xv.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=2x\\ \dfrac{dy}{dt}=3y\end{cases}\qquad xvi.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=-4x-y\\ \dfrac{dy}{dt}=x-2y\end{cases}$$

$$xvii.-\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=7x+6y\\ \dfrac{dy}{dt}=2x+6y\end{cases}\qquad xviii.-\begin{cases}x'=y+z-1\\ y'=x+z-1-e^{-t}\\ z'=x+y-2e^{-t}\end{cases}$$ (Resuelvalo por Superposicion)

ECUACIONES LINEALES DE ORDEN "n" HOMOGENEAS.

11.- Encuentre la solución de la ecuación diferencial.

i.- $y'' + y' - 2y = 0$ ii.- $y'' + 5y' + 6y = 0$

iii.- $y'' - 8y' + 16y = 0$ iv.- $y'' + 6y' + 9y = 0$

v.- $y'' + y' - y = 0$ vi.- $y'' - 5y' + 6y = 0$

vii.- $7y' + 10y = 0$ viii.- $y'' - y' - 11y = 0$

ix.- $6y'' + y' - 2y = 0$ x.- $4y'' - 4y' - y = 0$

xi.- $4y'' + 20y' + 25y = 0$ xii.- $3y'' + 11y' - 7y = 0$

12.- Resuelva el problema con valor inicial.

i.- $y'' + y' = 0$ $y(0) = 2;$ $y'(0) = 1$

ii.- $y'' + 2y' - 8y = 0$ $y(0) = 3$; $y'(0) = -12$

iii.- $y'' + 2y' + y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(0) = -3$

iv.- $y'' - 4y' + 3y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(0) = \frac{1}{3}$

v.- $y'' - 2y' - 2y = 0$ $y(0) = 0$ $y'(0) = 3$

vi.- $y'' - 6y' + 9y = 0$ $y(0) = 2$ $y'(0) = \frac{25}{3}$

vii.- $y'' - 4y' + 4y = 0$ $y(1) = 1$ $y'(1) = 1$

viii.- $y'' - 4y' - 5y = 0$ $y(-1) = 3$ $y'(-1) = 9$

13.- Resuelva los siguientes apartados

(a) Comprobar que $y_1 = e^{-x}$ $y_2 = e^{2x}$ son soluciones de la ecuación reducida $y'' - y' - 2y = 0$ ¿Cuál es la solución general?.

(b) Hallar a y b tales que $y_p = ax + b$ sea una solución particular de la ecuación completa $y'' - y' - 2y = 4x$. Usar esta solución junto con el resultado en a.- para escribir la solución general de esta ecuación.

14.- Determine la solución general de cada una de las ecuaciones.[4]

i.- $y'' + y' - 6y = 0$ ii.- $y'' + 2y' + y = 0$

iii.- $y'' + 8y = 0$ iv.- $2y'' - 4y' + 8y = 0$

v.- $y'' - 4y' + 4y = 0$ vi.- $y'' - 9y' + 20y = 0$

vii.- $2y'' + 2y' + 3y = 0$ viii.- $-12y' + 9y = -4y''$

ix.- $y'' + y' = 0$ x.- $y'' - 6y' + 25y = 0$

xi.- $25y = -4y'' - 20y'$ xii.- $y'' + 2y' + 3y = 0$

xiii.- $y'' = 4y$ xiv.- $4y'' - 8y' + 7y = 0$

xv.- $2y'' + y' - y = 0$ xvi.- $16y'' - 8y' + y = 0$

xvii.- $v'' + 4v' + 5v = 0$ xviii.- $y'' + 4y' - 5y = 0$

15.- Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de valor inicial.

i.- $y'' - 5y' + 6y = 0 \quad y(1) = e^2 \quad e \quad y'(1) = 3e^2$

ii.- $y'' - 6y' + 5y = 0 \quad y(0) = 3 \quad e \quad y'(0) = 11$

iii.- $y'' - 6y' + 9y = 0 \quad y(0) = 0 \quad e \quad y'(0) = 5$

iv.- $y'' + 4y' + 5y = 0 \quad y(0) = 1 \quad e \quad y'(0) = 0$

v.- $y'' + 4y' + 2y = 0 \quad y(0) = -1 \quad e \quad y'(0) = 2 + 3\sqrt{2}$

vi.- $y'' + 8y' - 9y = 0 \quad y(1) = 2 \quad e \quad y'(1) = 0$

ECUACIONES LINEALES DE ORDEN "n" GENERAL

33.- Encuentre la solución general de la ecuación diferencial.

i.- $y''' - 3y'' - y' + 3y = 0$ ii.- $6y''' + 7y'' - y' - 2y = 0$

iii.- $y''' + 3y'' - 4y' - 6y = 0$ iv.- $y''' - y'' + 2y = 0$

v.- $y''' - 9y'' + 27y' - 27y = 0$ vi.- $y''' + 5y'' + 3y' - 9y = 0$

vii.- $y^4 + 4y'' + 4y = 0$ viii.- $y''' - 3y'' + 2y' = 0$

ix.-$y''' - 3y'' + 4y' - 2y = 0$ x.- $y''' - y = 0$

[4] Aquí le presento mas ejercicios referente a la pregunta 11 y 12.

xi.- $y''' + y = 0$ xii.- $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$

xiii- $y^4 + 4y''' + 6y'' + 4y' + y = 0$ xiv.- $y^4 - y = 0$

xv.- $y^4 + 5y'' + 4y = 0$ xvi.- $y^4 - 2a^2y'' + a^4y = 0$

xvii.- $y^4 + 2a^2y'' + a^4y = 0$ xviii.- $y^4 + 2y''' + 2y'' + 2y' + y = 0$

xix.- $y^4 + 2y''' - 2y'' - 6y' + 5y = 0$ xx.- $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$

xxi.- $y^4 + y''' - 3y'' - 5y' - 2y = 0$ **xxii.-** $y^5 - 6y^4 - 8y''' + 48y'' + 16y' - 96y = 0$

34.- En este ejercicio se indica la ecuación característica determine las soluciones.

i.- $(r-1)^2(r+3)(r^2+2r+5)^2 = 0$

ii.- $(r+1)^2(r-6)^3(r+5)(r^2+1)(r^2+4) = 0$

iii.- $(r-1)^3(r-2)(r^2+r+1)(r^2+6r+10)^3 = 0$

iv.- $(r+4)(r-3)(r+2)^3(r^2+4r+5)^2r^5 = 0$

35.- Resuelva el problema de valor inicial.

i.- $y''' + 7y'' + 14y' + 8y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(0) = -3$ $y''(0) = 13$

ii.- $y''' - y'' - 4y' + 4y = 0$ $y(0) = -4$ $y'(0) = -1$ $y''(0) = -19$

iii.- $y''' - 4y'' + 7y' - 6y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(0) = 0$ $y''(0) = 0$

ECUACIONES AUXILIARES CON RAICES COMPLEJAS.

16.- Determine la ecuación auxiliar de la ecuación diferencial dada. La misma tiene raíces complejas. Encuentre la solución general.

i.- $y'' + y = 0$ ii.- $y'' - 6y' + 10y = 0$

iii.- $y'' + 4y' + 6y = 0$ iv.- $4y'' + 4y' + 6y = 0$

17.- Obtenga la solución general de la ecuación diferencial.

i.- $y'' + 4y' + 8y = 0$ ii.- $y'' + 10y' + 25y = 0$

iii.- $y'' + 2y' + 5y = 0$ iv.- $y'' - 3y' - 11y = 0$

v.- $y'' - y' + 7y = 0$ vi.- $3y'' + 4y' + 9y = 0$

18.- Resuelva el problema con valor inicial dado.

i.- $y'' + 2y' + 2y = 0$ $\quad y(0) = 2 \quad y'(0) = 1$

ii.- $y'' - 4y' + 2y = 0$ $\quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$

iii.- $y'' - 2y' + y = 0$ $\quad y(0) = 1 \quad y'(0) = -2$

iv.- $y'' - 2y' + 2y = 0$ $\quad y(\pi) = e^{\pi} \quad y'(\pi) = 0$

19.- En el estudio de un circuito eléctrico que consta de una resistor, capacitor, inductor y una fuerza electromotriz se llega a un problema de valor inicial de la forma

$$L.\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = E(t) \quad q(0) = q_0 \quad i(0) = i_0$$

Donde L es la inductancia en henrios, R es la resistencia en ohmios, C es la capacitancia en faradios,, E(t) es la fuerza electromotriz en voltios, q(t) es la carga en coulombios en el capacitor en el tiempo t e $i = \frac{dq}{dt}$ es la corriente en amperios. Encuentre la corriente en el instante t si la carga en el capacitor es inicialmente 0, la corriente inicial es 0, L=10 H, R=20 ohmios, C=1/6260 F y E(t)=100 V.

Sugerencia: derive para obtener una ecuación homogénea y de orden 2. [5]

ECUACIONES DIFERENCIALES NO HOMOGENEAS
METODOS PARA DETERMINAR LA SOLUCION PARTICULAR

METODO (1) COEFICIENTES INDETERMINADOS

20.- Encuentre una solución particular de la ecuación diferencial dada.

i.- $y'' + 2y' - y = 10$

ii.- $y'' + y = 5e^{2x}$

iii.- $2y' + y = 3x^2 + 10x$

iv.- $y'' + y' + y = 2\cos(2x) - 3\sin(2x)$

v.- $y'' - 5y' + 6y = xe^{x}$

vi.- $y'' - y = x sin(x)$

vii.- $y'' - 2y' + y = 8e^{x}$

viii.- $y'' - 6y' + 9y = x^2 + e^{x}$

[5] Este tipo de problema lo estará resolviendo en física 4 aquellas persona quienes lleguen ahí. Son conocidos como circuitos RLC. Resistencia Capacitancia Condensador.

21.- Encuentre la solución general de la ecuación diferencial dada.

i.- $y'' - y = -11x + 1$ ii.- $y'' + y' - 2y = x^2 - 2x + 3$

iii.- $y'' - 3y' + 2y = e^x \sin(x)$ iv.- $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}\cos(x)$

v.- $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$ vi.- $y'' + 4y' + 5y = e^{-x} - \sin(2x)$

vii.- $y'' + y' + y = \cos(x) - x^2 e^x$ viii.- $y'' + 3y' - 10y = 6e^{4x}$

ix.- $y'' + 4y = 3\sin(x)$ x.- $y'' + 10y' + 25y = 14e^{-5x}$

xi.- $y'' - 2y' + 5y = 25x^2 + 12$ xii.- $y'' - y' - 6y = 20e^{-2x}$

xiii.- $y'' - 3y' + 2y = 14\sin(2x) - 18\cos(2x)$ xiv.- $y'' + y = 2\cos(x)$

xv.- $y'' - 2y' = 12x - 10$ xvi.- $y'' - 2y' + y = 6e^x$

xvii.- $y'' - 2y' + 2y = e^x \sin(x)$ xviii.- $y'' + y' = 10x^4 + 2$

22.- Encuentre la solución del problema de valor inicial.

i.- $y' - y = 1$ $y(0) = 0$ **ii.-** $y'' + y = 2e^{-x}$ $y(0) = 0 = y'(0)$

iii.- $y'' - y' - 2y = \cos(x) - \sin(2x)$ $y(0) = -\frac{7}{20}$ $y'(0) = \frac{1}{5}$

iv.- $y'' + y' - 12y = e^x + e^{2x} - 1$ $y(0) = 1$ $y'(0) = 3$

v.- $y'' - y = \sin(x) - e^{2x}$

23.- Determine como es la forma de una solución particular de la ecuación diferencial.

i.- $y'' + y = \sin(x) + x cos(x) + 10^x$

ii.- $y'' - y' - 2y = e^x \cos(x) - x^2 + x + 1$

iii.- $y'' - 4y' + 4y = x^2 e^{2x} - e^{2x}$

iv.- $y'' - y = e^x - 7 + \cos(x)$

24.- Sea

$$y'' + 2y' + 5y = g(x) \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

Con

$$g(x) = \begin{cases} 10, & 0 \leq x \leq \dfrac{3\pi}{2} \\ 0, & x > \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}$$

(a) Encuentre una solución del problema de valor inicial para $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

(b) Encuentre la solución general para $x > \frac{3\pi}{2}$

(c) Elija ahora las constantes de la solución general de la parte (b) de manera que la solución de la parte (a) y la solución de (b) coincidan en $x = \frac{3\pi}{2}$. Esto proporciona una función continua que satisface la ecuación diferencial excepto en $x = \frac{3\pi}{2}$.

25.- Si $y_1(x)$ e $y_2(x)$ son soluciones de

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_1(x) \qquad y \qquad y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_2(x)$$

Pruebe que $y(x) = y_1(x) + y_2(x)$ es una solución de

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = R_1(x) + R_2(x)$$

(a) Utilice este método para determinar.

i.- $y'' + 4y = 4\cos(2x) + 6\cos(x) + 8x^2 - 4x$

ii.- $y'' + 9y = 2\sin(3x) + 4\sin(x) - 26e^{-2x} + 27x^3$

METODO (2) VARIACION DE PARAMETROS.

26.- Hallar una solución particular de cada una de estas ecuaciones.

i.- $y'' + 4y = \tan(2x)$

ii.- $y'' + 2y' + y = e^{-x}\log(x)$

iii.- $y'' - 2y' - 3y = 64e^{-x}$

iv.- $y'' + 2y' + 5y = e^{-x}\sec(2x)$

v.- $2y'' + 3y' + y = e^{-3x}$

vi.- $y'' - 3y' + 2y = (1 + e^{-x})^{-1}$

27.- Encuentre la solución general de la ecuación diferencial empleando el método de variación de parámetros.

i.- $y'' + 4y = \tan(2x)$

ii.- $2y'' - 2y' - 4y = 2e^{3x}$

iii.- $y'' - 2y' + y = x^{-1}e^{x}$

iv.- $y'' + 16y = \sec(4x)$

v.- $y'' + 4y = \csc^2 2x$

28.- Encuentre la solución general de la ecuación diferencial dada.

i.- $y'' + y = \tan(x) + e^{3x} - 1$

ii.- $y'' + 4y = \sec^4(2x)$

iii.- $y'' + y = 2\sec(x) - x^2 + 1$

iv.- $\frac{1}{2}y'' + 2y = \tan(2x) - \frac{1}{2}e^{x}$

METODO (3) ANULADOR.

29.- Encuentre un operador diferencial que anule a la función dada.

i.- $3x^2 - 6x + 1$ ii.- $x^4 - x^2 + 11$ iii.- e^{5x}

iv.- e^{-7x} v.- $e^{2x} - 6e^{x}$ vi.- $x^2 - e^{x}$

vii.- $x^2e^{-x}\sin(2x)$ viii.- $xe^{3x}\cos(5x)$ ix.- $x^2e^{x} - xsin(4x) + x^3$

x.- $x\,e^{-2x} + xe^{-5x}\sin(3x)$

30.- Utilice el método de los anuladores para determinar la forma de la solución particular las siguientes ecuaciones. Halle el valor de las constantes.

i.- $y'' - 5y' + 6y = \cos(2x) + 1$

ii.- $y'' - 5y' + 6y = e^{3x} - x^2$

iii.- $y'' + 2y' + y = x^2 - x + 1$

iv.- $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}\cos(x) + x^2$

v.- $y''' - 2y'' + y' = x - e^{x}$

SUPERPOSICION DE SOLUCIONES.

31.- Se le da una ecuación no homogénea y una solución particular de ella. Encuentre la solución general de la ecuación.

i.- $y'' + y' = 1 \qquad y_p(x) = x$

ii.- $y'' - y' - 2y = 1 - 2x \qquad y_p(x) = x - 1$

iii.- $y'' + 2y' + 4y - 4\cos(2x) = 0 \qquad y_p(x) = \sin(2x)$

iv.- $\frac{d^2\vartheta}{dt^2} - \frac{d\vartheta}{dt} + \vartheta = \sin(t) \qquad \vartheta_p(t) = \cos(t)$

v.- $y'' = 2y + 2\tan^2(x) \qquad y_p(x) = \tan(x)$

32.- Puesto que $y_1(x) = \cos(x)$ es solución de $y'' - y' + y = \sin(x)$ y $y_2(x) = e^{2x}/3$ es solución de $y'' - y' + y = e^{2x}$ determine soluciones a cada una de las siguientes ecuaciones:

i.- $y'' - y' + y = 5\sin(x)$

ii.- $y'' - y' + y = \sin(x) - 3e^{2x}$

iii.- $y'' - y' + y = 4\sin(x) + 18e^{2x}$

ECUACION DE EULER

36.- Resuelva el siguiente sistema mediante el método de Euler.

$$\begin{cases} tx' = 2x - y + t^{-1} \\ ty' = 3x - 2y + 1 \end{cases}$$

37.- Para determinar la resistencia de una pequeña esfera que se mueve a velocidad constante en un fluido viscoso, es necesario resolver la ecuación diferencial

$$x^3y^4 + 8x^2y''' + 8xy'' - 8y' = 0$$

Determine su solución y demuestre que es exactamente $y = c_1x^2 + c_2x^{-1} + c_3x^{-3} + c_4$

38.- Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales.

i.- $x^2y'' + 3xy' + 10y = 0$ ii.- $2x^2y'' + 10xy' + 8y = 0$

iii.- $x^2y'' + 2xy' - 12y = 0$ iv.- $4x^2y'' - 3y = 0$

v.- $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$

vi.- $x^2y'' + 2xy' - 6y = 0$

vii.- $x^2y'' + 2xy' + 3y = 0$

viii.- $x^2y'' + xy' - 2y = 0$

ix.- $x^2y'' + xy' - 16y = 0$

x.- $x^3y''' + 3x^2y'' = 0$

xi.- $x^3y''' + x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$

xii.- $x^3y''' + 2x^2y'' + xy' - y = 0$

xiii.- $xy'' + 3y' - \frac{3}{x}y = x^2$

xiv.- $x^4y'' - 6x^2y = 1 - 6x^2$

xv.- $x^2y'' + 3xy' + 5y = x^2$

xvi.- $x^2y'' + xy' + y = \ln(x)\sin(ln(x))$

xvii.- $x^2y'' - y = \ln^2(x) - 1$

xviii.- $x^2y'' + 3xy' - 8y = \ln^3(x) - \ln(x)$

xix.- $x^2y'' = xy' - 10y + \sin(ln(x))$

xx.- $x^2y'' + 3xy' + 4y = \cos(4\,ln(x))$

xxi.- $x^3y''' + x^2y'' - 2xy' + 2y = 0 \quad x > 0$

xxii.- $x^4y^4 + 6x^3y''' + 2x^2y'' - 4xy' + 4y = 0 \quad x > 0$

xxiii.- $x^3y''' - 2x^2y'' + 13xy' - 13y = 0 \quad x > 0$

xxiv.-$x^2y'' - 4xy' + 4y = 0 \quad y(1) = -2 \quad y'(1) = -11$

xxv.- $x^2y'' - 3xy' + 3y = 9\ln^2(x) + 4 \quad y(1) = 6 \quad y'(1) = 8$

EXTRA.

Use el método de Euler para demostrar que

$$ax^3y''' + bx^2y'' + cxy' + dy = 0 \quad x > 0$$

Es igual a

$$ay'''(t) + (b - 3a)y''(t) + (2a - b + c)y' + dy(t) = 0$$

Ahora resuelva.

a.- $x^3y''' - 2x^2y'' + 3xy' - 3y = 0$

b.- $x^3y''' + x^2y'' - 8xy' - 4y = 0$

REVISION

39.- Utilice el método de variación de parámetros y resuelva lo siguiente:

a.- $y'' + y = \sec^2 t \tan t$

b.- $y'' - y = \frac{2}{1+e^t}$

c.- $y'' + 2y' - 8y = 2e^{-2t} - e^{-t} \qquad y(0) = y'(0) = 0$

d.- $y'' + 2y' + y = e^{-t}\ln(t)$

e.- $y''' + y' = \tan(t) \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$

40.- Use el método de coeficientes indeterminados

a.- $y'' + 8y = 5t + 2e^{-t}$

b.- $y'' - y'' = t + e^t$

c.- $y^4 - 16y = 1 - 16\cos(2t)$

d.- $y'' + 4y' + 5y = 10 \quad y(0) = y'(0) = 0$

e.- $y'' + 4y' + 5y = 8\sin(t) \qquad y(0) = y'(0) = 0$

f.- $y^4 - 4y'' = 5t - e^{2t}$

41.- Resuelva por medio del polinomio anulador.

a.- $y'' + a^2 y = \sin(at)$

b.- $y''' - y' = e^t + 1$

c.- $y'' + 2y' + y = \frac{1}{4}t + e^{-t}$

42.- Encuentre la solución general de la ecuación diferencial dada.

i.- $y'' + 8y' - 9y = 0$

ii.- $4y'' - 4y' + 10y = 0$

iii.- $9y'' - 30y' + 25y = 0$

iv.- $36y'' + 24y' + 5y = 0$

v.- $16y'' - 56y' + 49y = 0$

vi.- $x^2 y''(x) + 5y(x) = 0 \quad x > 0$

vii.- $y(y')^3 - y'' = 0$

viii.- $3y''' + 10y'' + 9y' + 2y = 0$

ix.- $y''' + 3y'' + 5y' + 3y = 0$

x.- $4y''' + 8y'' - 11y' + 3y = 0$

xi.- $y'' - 3y' + 7y = 7x^2 - e^x$

xii.- $y'' + 16y = \tan(4x)$

xiii.- $4y'' - 12y' + 9y = e^{5x} + e^{3x}$

xiv.- $x^2 y'' + 2xy' - 2y = 6x^{-2} + 3x$

43.- Determine la solución con condición inicial.

i.- $4y'' - 4y' + 5y = 0 \qquad y(0) = 1 \quad y'(0) = -\frac{11}{2}$

ii.- $y'' - 2y' + 10y = 6\cos(3x) - \sin(3x) \qquad y(0) = 2 \quad y'(0) = -8$

iii.- $y''' - 12y'' + 27y' + 40y = 0 \qquad y(0) = -3 \;\; y'(0) = -6 \;\; y''(0) = -12$

44.- Encuentre la solución general de la ecuación dada.

i.- $y''' - 2y'' - 5y' + 6y = e^x + x^2$

ii.- $y''' + 3y'' - 4y = e^{-2x}$

iii.- $y''' + 4y'' + y' - 26y = e^{-3x}\sin(2x) + x$

iv.- $y''' + 2y'' - 9y' - 18y = -18x^2 - 18x + 22 \quad y(0) = -2 \;\; y'(0) = -8 \;\; y''(0) = -12$

v.- $y''' - 2y'' - 3y' + 10y = 34xe^{-2x} - 16e^{-2x} - 16e^{-2x} - 10x^2 + 6x + 34$

$$y(0) = 3 \quad y'(0) = y''(0) = 0$$

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

PREGUNTA 1.

i.- $x = ce^{xy^2}$ ii.- $2 + 5xy^2 = cx^{\frac{5}{2}}$ iii.- $x = cye^{xy}$

PREGUNTA 2.

$$\log(y) = 2x^2 + cx$$

PREGUNTA 3.

i.- $(b)\ y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x}$ $(c) y = e^{2x} - 2e^{3x}$

ii.- $(b) y = c_1e^x\cos(2x) + c_2e^x\sin(2x)$

$(c) y = 2e^x\cos(2x) - e^x\sin(2x)$

iii.- $(b) y = c_1x^2 + c_2x^{-1}$ $(c)\ y = -3x^2 + x^{-1}$

iv.- $6e^x + 2e^{-2x}$ v.- $y = 0$ vi.- $y = 4e^{-2x} - 3e^{-3x}$

vii.- $y = e^{-2} - e^{-x}$

PREGUNATA 4.

$(c)\ \varphi(x) = e^x + (-1)(e^x - e^{-6x})$

$\varphi(x) = (-3)e^x + (1)(3e^x + e^{-6x})$

PREGUNTA 5

$Sea\ y_2 = f(x).y_1(x)$ derivamos dos veces

$y'_2(x) = f(x).y'_1 + f'.y_1$

$y''_2 = f.y''_1 + 2y'_1f' + f''.y'_1$

Sustituimos en $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$ reordenamos

$$f(x)\left(y''_1 + P(x)y'_1 + Q(x)y_1\right) + f''(x)y_1 + f'\left(2y'_1 + Py_1\right) = 0$$

Como y_1 es solución se tiene

$$f''(x)y_1 + f'\left(2y'_1 + Py_1\right) = 0$$

$$f''(x)y_1 = -f'\left(2y'_1 + Py_1\right)$$

$$\frac{f''(x)}{f'(x)} = -\frac{2y'_1}{y_1} - Py_1 = \log\left(f'(x)\right) - 2\log(y_1) - \int P\,dx$$

$$f'(x) = \frac{1}{y_1^2}e^{-\int P(x)dx} \implies \boldsymbol{f(x) = \int \frac{1}{y_1^2}e^{-\int P(x)dx}\,dx}$$

PREGUNTA 7

i.- $y = e^{2x}$ iii.- $y = x^{-3}$ v.- $y = x + 1$

PREGUNTA 10

i.- $\begin{cases} x = \frac{3}{2}c_1e^{2t} - c_2e^{-3t} \\ y = c_1e^{2t} + c_2e^{-3t} \end{cases}$

ii.- $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}c_1e^{3t} + \frac{1}{2}c_2e^{-t} \\ y = c_1e^{3t} + c_2e^{-t} \end{cases}$

iii.- $\begin{cases} x = -5 \\ y = 1 \end{cases}$

iv.- $\begin{cases} x = c_1 + c_2e^{-t} + \frac{1}{2}e^t + \frac{5}{3}t \\ y = c_1 - 2c_2e^{-t} + \frac{5}{3}t \end{cases}$

v.- $\begin{cases} x = c_1e^t + \frac{1}{4}\cos(t) - \frac{1}{4}\sin(t) \\ y = -3c_1e^t - \frac{3}{4}\cos(t) - \frac{1}{4}\sin(t) \end{cases}$

vi.- $\begin{cases} x = -c_1\sin(t) + c_2\cos(t) + 2t - 1 \\ y = c_1\cos(t) + c_2\sin(t) + t^2 - 2 \end{cases}$

vii.- $\begin{cases} x = -\frac{2}{3}c_1e^{2t} + c_2e^{7t} + t + 1 \\ y = c_1e^{2t} + c_2e^{7t} - 5t - 2 \end{cases}$

viii.-

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}e^t\left((c_1 - c_2)\cos(t) + (c_1 + c_2)\sin(t)\right) + c_3e^{2t} \\ y = e^t(c_1\cos(t) + c_2\sin(t)) \\ z = \frac{3}{2}e^t\left((c_1 - c_2)\cos(t) + (c_1 + c_2)\sin(t)\right) + c_3e^{2t} \end{cases}$$

x.- $\begin{cases} x = 2c_1e^{-t} + c_2e^t \\ y = c_1e^{-t} + c_2e^t \end{cases}$

xi.- $\begin{cases} x = e^{3t}(2c_1\cos(3t) + 2c_2\sin(3t)) \\ y = e^{3t}(c_1(\cos(3t) + 2\sin(3t)) + c_2(\sin(3t) - 3\cos(3t)) \end{cases}$

xii.- $\begin{cases} x = e^{3t}(c_1\cos(2t) + c_2\sin(2t)) \\ y = e^{3t}(c_1(\sin(2t) - \cos(2t)) - c_2(\sin(2t) + \cos(2t)) \end{cases}$

xiii.- $\begin{cases} x = -2c_1e^{3t} + c_3(1 + 2t)e^{3t} \\ y = c_1e^{3t} - c_2te^{3t} \end{cases}$

xiv.- $\begin{cases} x = 3c_1 + c_2e^{-2t} \\ y = 4c_1 + 2c_2e^{-2t} \end{cases}$

xv.- $\begin{cases} x = c_1e^{2t} \\ y = c_2e^{3t} \end{cases}$

xvi.- $\begin{cases} x = c_1e^{-3t} + c_2(1 - t)e^{-3t} \\ y = -c_1e^{-3t} + c_2te^{-3t} \end{cases}$

xvii.- $\begin{cases} x = 2c_1e^{10t} + 3c_2e^{3t} \\ y = c_1e^{10t} - 2c_2e^{3t} \end{cases}$

xviii.- $\begin{cases} x = C_1e^{2t} - C_2e^{-t} - C_3e^{-t} + te^{-t} + e^{-t} \\ y = C_1e^{2t} + C_3e^{-t} \\ z = C_1e^{2t} + C_2e^{-t} - te^{-t} + 1 \end{cases}$

PREGUNTA 11

i.- $c_1e^{x} + c_2e^{-2x}$ ii.- $c_1e^{-2x} + c_2e^{-3x}$

iii.- $c_1e^{4x} + c_2xe^{4x}$ iv.- $c_1e^{-3x} + c_2xe^{-3x}$

v.- $c_1e^{\frac{(-1-\sqrt{5})x}{2}} + c_2e^{\frac{(-1+\sqrt{5})x}{2}}$ vi.- $c_1e^{2x} + c_2e^{3x}$

vii.- $c_1e^{-\frac{10x}{7}}$ viii.- $c_1e^{\frac{(1+3\sqrt{5})x}{2}} + c_2e^{\frac{(1-3\sqrt{5})x}{2}}$

ix.- $c_1e^{\frac{x}{2}} + c_2e^{-\frac{2x}{3}}$ x.- $c_1e^{\frac{(1+\sqrt{2})x}{2}} + c_2e^{\frac{(1-\sqrt{2})x}{2}}$

xi.- $c_1e^{-\frac{5x}{2}} + c_2xe^{-\frac{5x}{2}}$ xii.- $c_1e^{\frac{(-11+\sqrt{205})x}{2}} + c_2e^{\frac{(-11-\sqrt{205})x}{2}}$

PREGUNTA 12

i.- $3 - e^{-x}$ ii.- $3e^{-4t}$

iii.- $e^{-x} - 2xe^{-x}$ iv.- $\frac{4}{3}e^{t} - \frac{1}{3}e^{3t}$

v.- $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(e^{(1+\sqrt{3})x} - e^{(1-\sqrt{3})x}\right)$

vii.- $(2-x)e^{2x-2}$

PREGUNTA 13

(a) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{2x}$
(b) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{2x} - 2x + 1$

PREGUNTA 14

i.- $c_1e^{2x} + c_2\,e^{-3x}$ ii.- $c_1e^{-x} + c_2xe^{-x}$

iii.- $c_1\cos(2\sqrt{2}x) + c_2\sin(2\sqrt{2}x)$

iv.- $e^{x}(c_1\cos(\sqrt{3}x) + c_2\sin(\sqrt{3}x))$

v.- $c_1e^{2x} + c_2xe^{2x}$ vi.- $c_1e^{5x} + c_2e^{4x}$

vii.- $e^{-\frac{x}{2}}\left(c_1\cos\left(\frac{\sqrt{5}x}{2}\right) + c_2\sin\left(\frac{\sqrt{5}x}{2}\right)\right)$

viii.- $c_1e^{\frac{3x}{2}} + c_2xe^{\frac{3x}{2}}$ ix.- $c_1 + c_2e^{-x}$

x.- $e^{3x}(c_1\cos(4x) + c_2\sin(4x))$

xi.- $c_1e^{-\frac{5x}{2}} + c_2xe^{-\frac{5x}{2}}$ **xii.-** $e^{-x}(c_1\cos(\sqrt{2}x) + c_2\sin(\sqrt{2}x))$

xiii.- $c_1e^{2x} + c_2e^{-2x}$ xiv.- $e^{x}\left(c_1\cos\left(\frac{\sqrt{3}x}{2}\right) + c_2\sin\left(\frac{\sqrt{3}x}{2}\right)\right)$

xv.- $c_1e^{\frac{x}{2}} + c_2e^{-x}$ xvi.- $c_1e^{\frac{x}{4}} + c_2xe^{\frac{x}{4}}$

xvii.- $e^{-2x}(c_1\cos(x) + c_2\sin(x))$

xviii.- $c_1e^{x} + c_2e^{-5x}$

PREGUNTA 15

i.- e^{3x-1} ii.- $e^{x} + 2e^{5x}$

iii.- $5xe^{3x}$ iv.- $e^{-2x}(\cos(x) + 2\sin(x))$

v.- $y = e^{(-2+\sqrt{2})x} - 2e^{(-2-\sqrt{2})x}$

vi.- $y = \frac{9}{5}e^{x-1} + \frac{1}{5}e^{-9(x-1)}$

PREGUNTA 16

i.- $c_1\cos(x) + c_2\sin(x)$

ii.- $c_1e^{3x}\cos(x) + c_2e^{3x}\sin(x)$

iii.- $c_1e^{-2x}\cos(\sqrt{2}x) + c_2e^{-2x}\sin(\sqrt{2}x)$

iv.- $c_1e^{-\frac{x}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{5}x}{2}\right) + c_2e^{-\frac{x}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{5}x}{2}\right)$

PREGUNTA 17

i.- $c_1\mathrm{e}^{-2x}(\cos(2x) + c_2e^{-2x}\sin(2x)$

ii.- $c_1e^{-5x} + c_2xe^{-5x}$

iii.- $c_1e^{-x}\cos(2x) + c_2e^{-x}\sin(2x)$

iv.- $c_1e^{\frac{(3+\sqrt{53})x}{2}} + c_2e^{\frac{(3-\sqrt{53})x}{2}}$

v.- $c_1e^{\frac{x}{2}}\cos\left(\frac{3\sqrt{3}x}{2}\right) + c_2e^{\frac{x}{2}}\sin\left(\frac{3\sqrt{3}x}{2}\right)$

PREGUNTA 18

i.- $e^{-x}\cos(x) + 3e^{-x}\sin(x)$

ii.- $\frac{\sqrt{2}}{4}\left(e^{(2+\sqrt{2})x} - e^{(2-\sqrt{2})x}\right)$

iii.- $e^{x} - 3xe^{x}$

iv.- $e^{x}\sin(x) - e^{x}\cos(x)$

PREGUNTA 20

i.- $y_p = -10$ ii.- $y_p = e^{2x}$

iii.- $y_p = 3x^2 - 2x + 4$

iv.- $y_p = \sin(2x)$ v.- $y_p = \frac{xe^x}{2} + \frac{3e^x}{4}$

vi.- $y_p = -\frac{x\sin(x)+\cos(x)}{2}$

vii.- $4x^2e^x$ viii.- $\frac{x^2}{9} + \frac{4x}{27} + \frac{2}{27} + \frac{e^x}{4}$

PREGUNTA 21

i.- $c_1e^x + c_2\,e^{-x} + 11x - 1$

ii.- $c_1e^x + c_2e^{-2x} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - \frac{7}{4}$

iii.- $c_1e^x + c_2e^{2x} + \frac{e^x(\cos(x)-\sin(x))}{2}$

iv.- $e^{-x}(c_1\cos(x) + c_2\sin(x)) + xe^{-x}\sin(x)/2$

v.- $c_1e^{2x} + c_2xe^x + x^3e^{2x}/6$

vi.- $e^{-2x}(c_1\cos(x) + c_2\sin(x)) + \frac{e^{-x}}{2} - \frac{1}{65}\sin(2x) + \frac{8}{65}\cos(2x)$

vii.- $e^{-\frac{x}{2}}\left(c_1\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_2\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right) + \sin(x) + e^x\left(-\frac{x^2}{3} + \frac{2}{3}x - \frac{4}{9}\right)$

viii.- $c_1e^{2x} + c_2e^{-5x} + \frac{1}{3}e^{4x}$

ix.- $c_1\sin(2x) + c_2\cos(2x) + \sin(x)$

x.- $c_1e^{-5x} + c_2xe^{-5x} + 7x^2e^{-5x}$

xi.- $e^x(c_1\cos(2x) + c_2\sin(2x)) + 2 + 4x + 5x^2$

xii.- $c_1e^{3x} + c_2e^{-2x} - 4xe^{-2x}$

xiii.- $c_1e^x + c_2e^{2x} + 2\sin(2x) + 3\cos(2x)$

xiv.- $c_1\sin(x) + c_2\cos(x) + x\sin(x)$

xv.- $c_1 + c_2e^{2x} + 2x - 3x^2$

xvi.- $c_1e^x + c_2xe^x + 3x^2e^x$

xvii.- $e^x(c_1\cos(x) + c_2\sin(x)) - \frac{1}{2}xe^x\cos(x)$

xviii.- $c_1 + c_2e^{-x} + 2x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 120x^2 + 242x$

PREGUNTA 22

i.- $e^x - 1$ ii.- $e^{-x} + \sin(x) - \cos(x)$

iii.- $\frac{3}{20}\sin(2x) - \frac{1}{20}\cos(2x) - \frac{3}{10}\cos(x) - \frac{1}{10}\sin(x)$

iv.- $\frac{e^{-4x}}{60} + \frac{1}{12} - \frac{e^x}{10} - \frac{e^{2x}}{6} + \frac{7e^{3x}}{6}$

v.- $-\frac{1}{2}\sin(x) - \frac{e^{2x}}{3} + \frac{3}{4}e^x + \frac{7}{12}e^{-x}$

PREGUNTA 23

i.- $(Ax^2 + Bx)\sin(x) + (Cx^2 + Dx)\cos(x) + E10^x$

ii.- $e^x\big(A\cos(x) + B\sin(x)\big) + Cx^2 + Dx + E$

iii.- $e^{2x}(Ax^4 + Bx^3 + Cx^2)$

iv.- $Axe^x + B + C\sin(x) + D\cos(x)$

PREGUNTA 24

(a) $-e^{-x}\sin(2x) - 2e^{-x}\cos(2x) + 2$
(b) $e^{-x}(c_1\sin(2x) + c_2\cos(2x))$
(c)

$$y = \begin{cases} -e^{-x}\sin(2x) - 2e^{-x}\cos(2x) + 2 & 0 \le x \le \frac{3\pi}{2} \\ \left(-1 - e^{\frac{3\pi}{2}}\right)e^{-x}\sin(2x) + \left(-2 - e^{\frac{3\pi}{2}}\right)e^{-x} & x \ge \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

PREGUNTA 25

i.- $c_1\sin(2x) + c_2\cos(2x) + x\sin(2x) + 2\cos(x) - 1 - x + 2x^2$

ii.- $c_1\sin(3x) + c_2\cos(3x) - \frac{1}{3}x\cos(x) + \frac{1}{2}\sin(x) - 2e^{-2x} + 3x^3 - 2x$

PREGUNTA 26

i.- $y_p = -\frac{1}{4}\cos(2x)\log(\sec(2x) + \tan(2x))$

ii.- $y_p = \frac{1}{2}x^2e^{-x}\log(x) - \frac{3}{4}x^2e^{-x}$

iii.- $y_p = -e^{-x}(16x - 4)$

iv.- $y_p = \frac{1}{2}xe^{-x}\sin(2x) + \frac{1}{4}e^{-x}\cos(2x)\log(\cos(2x))$

v.- $y_p = \frac{1}{10}e^{-3x}$

vi.- $y_p = e^x\log(1 + e^{-x}) - e^x + e^{2x}\log(1 + e^{-x})$

PREGUNTA 27

i.- $c_1\cos(2x) + c_2\sin(2x) - \frac{1}{4}\cos(2x)\ln(\sec(2x) + \tan(2x))$

ii.- $c_1e^{2x} + c_2e^{-x} + \frac{1}{4}e^{3x}$

iii.- $c_1e^x + c_2xe^x + xe^x\ln(x)$

iv.- $c_1\cos(4x) + c_2\sin(4x) + \frac{x}{4}\sin(4x) +$

$\frac{1}{16}\cos(4x)\ln(cos(4x))$

v.- $c_1\cos(2x) + c_2\sin(2x) + \frac{1}{4}(\cos(2x)\ln(csc(2x) + cotg(2x) - 1))$

PREGUNTA 28

i.- $c_1\cos(x) + c_2\sin(x) + \frac{e^{3x}}{10} - 1 - \cos(x)\ln(sec(x) + tan(x))$

ii.- $c_1\cos(2x) + c_2\sin(2x) + \frac{1}{24}\sec^2(2x) - \frac{1}{8} + \frac{1}{8}(\sin(2x).\ln(sec(2x) + tan(2x))$

iii.- $c_1\cos(x) + c_2\sin(x) - x^2 + 3 + 3xsin(x) + 3\cos(x)\ln(cos(x))$

iv.- $c_1\cos(2x) + c_2\sin(2x) - \frac{e^x}{5} - \frac{1}{2}(\cos(2x)\ln(sec(2x) + tan(2x))$

PREGUNTA 29

i.- D^3 iii.- $D - 5I$ v.- $(D - 2I)(D - I)$

vii.- $((D + I)^2 + 4I)^3$

ix.- $D^4(D - I)^3(D^2 + 16I)^2$

PREGUNTA 30

i.- $c_3\cos(2x) + c_4\sin(2x) + c_5$

$$c_3 = \frac{1}{52}\ ; c_4 = -\frac{5}{52}\ ;\ c_5 = \frac{1}{6}$$

ii.- $c_3xe^{3x} + c_4x^2 + c_5x + c_6$

$$c_3 = 1\ ;\ c_4 = -\frac{1}{6}\ ;\ c_5 = -\frac{5}{18}\ ;\ c_6 = -\frac{57}{18^2}$$

iii.- $c_3x^2 + c_4x + c_5$

$$c_3 = 1\ ;\ c_4 = -5\ ;\ c_5 = 9$$

iv.- $c_3xe^{-x}\cos(x) + c_4xe^{-x}\sin(x) + c_5x^2 + c_6x + c_7$

$$c_3 = 0\ ; c_4 = \frac{1}{2}\ ;\ c_5 = \frac{1}{2}\ ;\ c_6 = -1;\ c_7 = \frac{1}{2}$$

v.- $c_2x + c_3x^2 + c_6x^2e^x$

$$c_2 = 2\ ;\ c_3 = \frac{1}{2}\ ;\ c_6 = -\frac{1}{2}$$

PREGUNTA 31

i.- $c_1 + c_2e^{-x} + x$

ii.- $c_1e^{2x} + c_2e^{-x} + x - 1$

iii.- $e^{-x}(c_1\cos(\sqrt{3}x) + c_2\sin(\sqrt{3}x)) + \sin(2x)$

iv.- $e^{\frac{t}{2}}\left(c_1\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_2\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right) + \cos(t)$

v.- $c_1e^{\sqrt{2}x} + c_2e^{-\sqrt{2}x} + \tan(x)$

PREGUNTA 32

i.- $5\cos(x)$ ii.- $\cos(x) - e^{2x}$

iii.- $4\cos(x) + 6e^{2x}$

PREGUNTA 33

i.- $c_1e^x + c_2e^{-x} + c_3e^{3x}$ ii.- $c_1e^{-x} + c_2e^{-\frac{2}{3}x} + c_3e^{\frac{x}{2}}$

iii.- $c_1e^{-x} + c_2e^{(-1+\sqrt{7})x} + c_3e^{(-1-\sqrt{7})x}$

iv.- $c_1e^{-x} + c_2e^x\cos(x) + c_3e^x\sin(x)$

v.- $c_1e^{3x} + c_2xe^{3x} + c_3x^2e^{3x}$

vi.- $c_1e^x + c_2e^{-3x} + c_3xe^{-3x}$

vii.- $c_1\cos(\sqrt{2}x) + c_2xcos(\sqrt{2}x) + c_3\sin(\sqrt{2}x) + c_4\sin(\sqrt{2}x)$

viii.- $c_1 + c_2e^x + c_3e^{2x}$

ix.- $c_1e^x + e^x(c_2\cos(x) + c_3\sin(x))$

x.- $c_1e^x + e^{-\frac{x}{2}}\left(c_2\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_3\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right)$

xi.- $c_1e^{-x} + e^{\frac{x}{2}}\left(c_2\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_3\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right)$

xii.- $(c_1 + c_2x + c_3x^2)e^{-x}$

xiii.- $(c_1 + c_2x + c_3x^2 + c_4x^3)e^{-x}$

xiv.- $c_1e^x + c_2e^{-x} + c_3\cos(x) + c_4\sin(x)$

xv.- $c_1\cos(x) + c_2\sin(x) + c_3\cos(2x) + c_4\sin(4x)$

xvi.- $(c_1 + c_2x)e^{ax} + (c_3 + c_4x)e^{-ax}$

xvii.- $(c_1 + c_2x)\cos(ax) + (c_3 + c_4x)\sin(ax)$

xviii.- $(c_1 + c_2x)e^{-x} + c_3\cos(x) + c_4\sin(x)$

xix.- $(c_1 + c_2x)e^x + e^{-2x}(c_3\cos(x) + c_4\sin(x))$

xx.- $c_1e^x + c_2e^{2x} + c_3e^{3x}$

xxi.- $c_1e^{2x} + (c_2 + c_3x + c_4x^2)e^{-x}$

xxii.- $(c_1 + c_2x)e^{2x} + (c_3 + c_4x)e^{-2x} + c_5e^{6x}$

PREGUNTA 34

i.- $c_1e^x + c_2\,xe^x + c_3e^{-3x} + (c_4 + c_5x)e^{-x}\cos(2x) + (c_6 + c_7x)e^{-x}\sin(2x)$

iii.- $(c_1 + c_2x + c_3x^2)e^x + c_4e^{2x} + c_5e^{-\frac{x}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_6e^{-\frac{x}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + (c_7 + c_8x + c_9x^2)e^{-3x}\cos(x) + (c_{10} + c_{11}x + c_{12}x^2)e^{-3x}\sin(x)$

PREGUNTA 35

i.- $e^{-x} - e^{-2x} + e^{-4x}$ iii.- $e^{2x} - \sqrt{2}e^x\sin(\sqrt{2}x)$

PREGUNTA 36

$$\begin{cases} x = C_1t + C_2t^{-1} - \dfrac{3}{4}t^{-1} - \dfrac{1}{2}t^{-1}\ln(t) + 1 \\ y = C_1t + 3C_2t^{-1} - \dfrac{3}{4}t^{-1} - \dfrac{3}{2}t^{-1}\ln(t) + 2 \end{cases}$$

PREGUNTA 38

i.- $x^{-1}(c_1\cos(log(x^3)) + c_2\sin(log(x^3)))$

ii.- $c_1x^{-2} + c_2x^{-2}\log(x)$

iii.- $c_1\,x^3 + c_2x^{-4}$

iv.- $c_1x^{\frac{3}{2}} + c_2x^{-\frac{1}{2}}$

v.- $c_1x^2 + c_2x^2\log(x)$

vi.- $c_1x^2 + c_2x^{-3}$

vii.- $x^{-\frac{1}{2}}(c_1\cos\left(\frac{\sqrt{11}}{2}log(x)\right) + c_2\sin\left(\frac{\sqrt{11}}{2}log(x)\right)$

viii.- $c_1x^{\sqrt{2}} + c_2x^{-\sqrt{2}}$

ix.- $c_1x^4 + c_2x^{-4}$

x.- $c_1 + c_2x + c_3x^{-1}$

xi.- $c_1x + c_2x^2 + c_3x^{-1}$

xii.- $c_1x + c_2\cos(log(x)) + c_3\sin(log(x))$

xiii.- $C_1x + C_2x^{-3} + \frac{x^3}{12}$

xiv.- $C_1x^3 + C_2e^{-2} - \frac{1}{5}x^{-2}\ln(x) + 1$

xv.- $x^{-1}(C_1\cos(2\,ln(x)) + C_2\sin(2\,ln(x)) + \frac{x^2}{13}$

xvi.- $C_1\cos(\ln(x) + C_2\sin(ln(x)) - \frac{1}{4}\ln^2(x)\cos(ln(x))$

$-\frac{1}{4}\ln(x)\sin(ln(x))$

xxiv.- $x - 3x^4$

xxv.- $-6x + 2x^3 + 3\ln^2(x) + 8\ln(x) + 10$

EXTRA.

a.- $C_1x + C_2xln(x) + C_3x^3$

b.- $C_1x^{-1} + C_2x^{-1}\ln(x) + C_3x^4$

PREGUNTA 39,40,41

Revise el libro de Viola Prioli para las soluciones.

PREGUNTA 42

i.- $c_1e^{-9x} + c_2e^x$

ii.- $c_1e^{\frac{x}{2}}\cos\left(\frac{3}{2}x\right) + c_2e^{\frac{x}{2}}\sin\left(\frac{3}{2}x\right)$

iii.- $c_1e^{\frac{5}{3}x} + c_2xe^{\frac{5}{3}x}$

iv.- $c_1e^{-x/3}\cos\left(\frac{x}{6}\right) + c_2e^{-x/3}\sin\left(\frac{x}{6}\right)$

v.- $c_1e^{\frac{7}{4}x} + c_2xe^{\frac{7}{4}x}$

vi.- $x^{\frac{1}{2}}((c_1\cos\left(\frac{\sqrt{19}}{2}ln(x)\right) + c_2\sin\left(\frac{\sqrt{19}}{2}ln(x)\right))$

vii.- $x = c_1 + c_2y - \frac{y^3}{6}$ ó $y \equiv C$

viii.- $c_1e^{-2x} + c_2e^{-x} + c_3e^{-\frac{x}{3}}$

ix.- $e^{-x}\big(c_1 + c_2\cos(\sqrt{2}x) + c_3\sin(\sqrt{2}x)\big)$

x.- $c_1e^{-3x} + c_2e^{\frac{x}{2}} + c_3xe^{\frac{x}{2}}$

xi.- $c_1e^{\frac{3}{2}x}\cos\left(\frac{\sqrt{19}}{2}x\right) + c_2e^{\frac{3}{2}x}\sin\left(\frac{\sqrt{19}}{2}x\right) - \frac{e^x}{5} + x^2 + \frac{6}{7}x + \frac{4}{49}$

xii.- $c_1\cos(4x) + c_2\sin(4x) - \frac{1}{16}\cos(4x)\ln(sec\,4x + tan(4x))$

xiii.- $c_1e^{\frac{3}{2}x} + c_2xe^{\frac{3}{2}x} + \frac{e^{3x}}{9} + \frac{1}{49}e^{5x}$

xiv.- $c_1 x + c_2 x^{-2} - 2x^{-2}\ln(x) + xln(x)$

PREGUNTA 43

i.- $e^{\frac{1}{2}x}\cos(x) - 6e^{\frac{1}{2}x}\sin(x)$

ii.- $2e^x\cos(3x) - \frac{7}{3}e^x\sin(3x) - \sin(3x)$

iii.- $-e^{-x} - 3e^{5x} + e^{8x}$

PREGUNTA 44

i.- $c_1 e^x + c_2 e^{3x} + c_3 e^{-2x} - \frac{1}{6}xe^x + \frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{18}x + \frac{37}{108}$

ii.- $c_1 e^x + c_2 e^{-2x} + c_3 x e^{-2x} - \frac{1}{6}x^2 e^{-2x}$

iii.- $c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x}\cos(2x) + c_3 e^{-3x}\sin(2x) +$
$\frac{5}{116}xe^{-3x}\cos(2x) - \frac{1}{58}xe^{-3x}\sin(2x) - \frac{1}{26}x - \frac{1}{676}$

iv.- $-2e^{3x} + e^{-2x}c_3 x e^{-2x} - \frac{1}{6}x^2 e^{-2x}$

v.- $x^2 e^{-2x} - x^2 + 3$

PUNTOS FINALES.

1.- Para mayor apoyo en la resolución de los ejercicios descargue la guía de ayuda teórica publicada en la página.

2.- Practique muy bien la resolución de esta segunda parte para el segundo parcial, son temas muy fáciles pero que si se equivoca en una raíz, autovector, es un error horrible.

3.- Habrá notado que hay presente en la guía gran cantidad de ejercicios de ecuaciones diferenciales de orden 2, aunque en el curso de matemática 4 no se detalla como un tema en particular (corresponde a ecuaciones lineales de orden “n”) por lo tanto trate todas estas ecuaciones como de orden “n=2”. Dicho tema se especifica más delante de la guía cuyos órdenes llegan hasta orden 5. La razón porque detallé las ecuaciones de grado 2 es que estas ecuaciones representan gran utilidad en la ingeniera aplicada por lo cual lo considero de gran importancia.

4.- La SUPERPOSICION de las soluciones es una herramienta muy útil que le permite determinar soluciones a ecuaciones NO HOMOGENEAS cuando el término forzante está compuesto por varias funciones específicas.

5.- Recuerde muy bien cómo obtener la solución particular de los SISTEMAS DE ECUACIONES diferenciales, y tengo siempre en cuenta la diferencia con las ECUACIONES LINEALES DE ORDEN “n”.

SIRVASE DE AYUDA PARA PRATICAR ECUACIONES DIFERENCIALES PARA EL SEGUNDO PARCIAL DE MATEMATICAS 4.

CUALQUIER ERROR TIPOGRAFICO O DE REDACCION FAVOR AVISAR A magt_123@hotmail.com PARA SU CORRECION, MENCIONE NUMERO DE PAGINA, EJERCICIO QUE DICE Y QUE DEBERIA DECIR.

REFERENCIA BIBLIOGRAFICA.

(1) Ana M de Viola-Prioli, ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS. Editorial Equinoccio Universidad Simón Bolívar, Publicación Libros de EL NACIONAL.

(2) George F. Simmons, DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH APPLICATIONS AND HISTORICAL NOTES, Ediciones McGraw-Hill

(3) R. Kent Nagle, Edward B. Saff, A. David Snider “FUNDAMENTALS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS AND BOUNDARY VALUE PROBLEMS” FOURTH EDITION, PEARSON ADDISON WESLEY, 2004.

Elaborado por : Miguel Guzmán

ACTUALIZADA: AGOSTO 2011